

## LUCRARE DE LABORATOR

### Modele structurale de fiabilitate

#### 1. Scopul lucrării

Studiul modelelor structurale de calcul previzional al fiabilității componentelor electronice.

#### 2. Noțiuni teoretice

**Modelul de fiabilitate** este o reprezentare în limbaj matematic cu ajutorul căruia se evaluează **probabilitatea** de realizare a **funcției programate** a sistemului. Cel mai adesea modelul permite determinarea **probabilităților** unor **stări** sau **evenimente** asociate sistemului ce definesc funcția programată a acestuia.

##### 2.1. Logica modelării sistemelor

Modelarea sistemelor presupune o dublă abordare:

- Stabilirea modelului de componentă
- Stabilirea modelului de sistem

Modelarea componentelor trebuie să ia în considerare:

- Dependența de timp
- Observabilitatea componentelor
- Intervenția mentenanței preventive (testarea)
- Dependența de comportament aleator între componente
- Prezența defectelor în cascadă sau a celor de mod comun
- Coerența sistemelor

Modelarea și în consecință modelele de fiabilitate depind de câteva particularități esențiale ce constituie și criterii posibile de clasificare:

- de existența dependenței de comportament între componente (defectarea uneia schimbă probabilitățile de defectare ale altora);
- de existența dependenței de timp (modificarea în timp a probabilităților de defectare);
- de existența dependenței de comportament în timp (schimbarea stării uneia schimbă probabilitatea de schimbare a stării altora și/sau a probabilităților de defectare);
- de existența dependenței cauzate de concepția sistemului (structura): coerența sistemului.

Elementele care determină modelul de sistem pot fi:

##### a) Specifice componentelor

- ◆ numărul stărilor
- ◆ modurile de defectare
- ◆ legile de defectare ale componentelor
- ◆ politica specifică de mentenanță.

b) Specifice *sistemului*

- ◆ tipul de structură: coerența sau necoerența
- ◆ gradul de rezervare (redundanță)
- ◆ dependența de timp a defectării componentelor
- ◆ dependența de defectare a componentelor
- ◆ categoriilor de cauze ale producerii defectărilor, interne sau externe sistemului
- ◆ concepția de prevenire a defectării sistemului la defectarea componentelor sale
- ◆ concepția de mentenanță a sistemului.

## 2.2. Clasificarea modelelor de fiabilitate

**Modelele de fiabilitate** se pot clasifica după mai multe criterii:

- (a) După gradul de dependență dintre componente (de comportament aleator)
  - (a.1) Modele cu componente independente
  - (a.2) Modele cu componente dependente
- (b) După formalismul logic utilizat
  - (b.1) Modele bazate pe ansambluri minimale
  - (b.2) Modele bazate pe proces stochastice (spațiul stărilor)
- (c) După modelul de fiabilitate al componentelor din structură
  - (c.1) Modele pentru componente cu comportament exponențial
  - (c.2) Modele pentru componente cu comportament neexponențial
- (d) După particularitățile de structură
  - (d.1) Modele pentru sisteme coerente
  - (d.2) Modele pentru sisteme necoerente
- (e) După modul de producere a defectărilor
  - (e.1) Modele ce acceptă defectări simultane
  - (e.2) Modele ce acceptă numai defecte simple înseriate
- (f) După caracterul comportamentului aleator al componentelor
  - (f.1) Modele pentru sisteme cu componente total aleatoare
  - (f.2) Modele cu componente pseudo-aleatoare

**Modelul structural de fiabilitate** este o reprezentare logică a sistemului în raport cu **starea de succes** sub forma unui **graf**, în care nodurile sunt **stările de succes** (buna funcționare) ale componentelor, iar arcele **legăturile logice** dintre acestea. **Succesul** sistemului (realizarea funcției programate) se realizează dacă există **cel puțin o cale** între intrarea și ieșirea din graf. Nodurile se simbolizează prin dreptunghiuri iar arcele prin drepte.

Modelele structurale de fiabilitate pot fi clasate în două mari categorii:

(1) - modele structurale **simple** de fiabilitate, care se pot construi sau descompune numai cu ajutorul diagramelor elementare de tip serie și paralel, diagrame care permit deducerea ușoară a modelelor de fiabilitate utilizându-se numai operatori logici de tip " $\cap$ " și " $\cup$ ".

- (1.1) - model structural de fiabilitate de tip **serie**
- (1.2) - model structural de fiabilitate de tip **paralel**
- (1.3) - model structural de fiabilitate de tip "**k din n**"
- (1.4) - model structural de fiabilitate de tip **serie - paralel**
- (1.5) - model structural de fiabilitate de tip **paralel - serie**.

- (2) – modele structurale **complexe** de fiabilitate, diagrame care nu se pot construi sau descompune numai cu ajutorul celor simple necesitând tehnici speciale de evaluare logică.

### 2.2.1 Modelul structural de fiabilitate de tip serie

Un sistem are în raport cu funcția programată un model structural echivalent de succes de tip **serie** dacă starea de succes a sistemului presupune **funcționarea simultană** a tuturor componentelor sale (toate componentele să se afle în stare de funcționare sau succes).

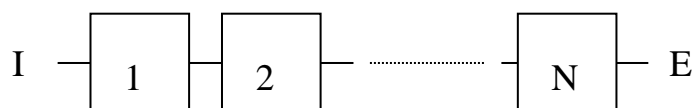


Figura 1. Model structural de fiabilitate de tip serie

“Sistemul se află în stare de succes” **dacă** componenta 1 se află în stare de succes **și** componenta 2 se află în stare de succes **și ... și** componenta N se află în stare de succes. Rezultă:

$$\{S\} = 1 \cap 2 \cap 3 \dots \cap N$$

$$\{R\} = \overline{\{S\}} = \overline{1 \cap 2 \dots \cap N}; \quad \{S\} = \{\bar{1} \cup \bar{2} \cup \dots \cup \bar{N}\}$$

unde: S, R, N și  $\bar{N}$  reprezintă stările de funcționare (*succes*) și nefuncționare (*refuz*) ale sistemului și ale unei componente N a acestuia.

Pentru cazul general al unui sistem cu model logic de fiabilitate de tip serie rezultă următoarea expresie a funcției de fiabilitate:

$$R_s(t) = \prod_{i=1}^N R_i(t)$$

### 2.2.2. Modelul structural de fiabilitate de tip paralel

Un sistem are în raport cu funcția programată un model structural de fiabilitate de tip **paralel**, dacă starea sa de funcționare este **posibilă la funcționarea numai a uneia din componentele sale**. Deci starea de nefuncționare se produce la **defectarea simultană** a tuturor componentelor.

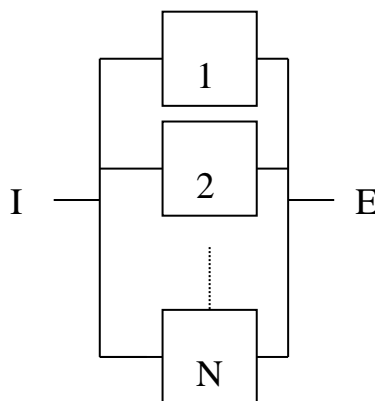


Figura 2. Model structural de fiabilitate de tip paralel

Sistemul se află în stare de succes **dacă** componenta 1 se află în stare de succes **sau** componenta 2 se află în stare de succes **sau ... sau** componenta N se află în stare de succes. Rezultă:

$$\{S\} = \{1 \cup 2 \cup 3 \cup \dots \cup N\} \quad \{R\} = \{\bar{1} \cap \bar{2} \cap \bar{3} \cap \dots \cap \bar{N}\}$$

Un sistem care are un model structural de fiabilitate de tip **paralel** este un sistem cu **rezerve** (redundant), o singură componentă fiind necesară, restul intervenind numai în cazul când aceasta se defectează. Trebuie specificat că **toate componentele care așteaptă** sunt în stare de **rezervă „caldă”**, adică pot prelua instantaneu funcția programată și **sunt la fel solicitate** ca și la funcționarea normală.

Pentru situațiile cu rezerve în așteptare în stare **“rece”**, care necesită **timp de comutare**, trebuie să se adauge sistemele de comutare.

Modelarea sistemelor de **tip paralel**, cu **rezerve reci**, nu este identică cu cea cu rezerve calde, deoarece apar condiții suplimentare pentru luarea în considerare a sesizării defectării componentei principale și a comutării rezervei. În cazul când influența acestora este redusă se acceptă ipoteza că rezervele sunt calde și se simplifică astfel modelarea.

Pentru cazul general al unui sistem cu model logic de fiabilitate de tip paralel rezultă următoarea expresie a funcției de fiabilitate:

$$Rs(t) = 1 - Fs(t) = 1 - \prod_{i=1}^N (1 - Ri(t))$$

### 2.2.3 Modelul structural de fiabilitate k/N

Un model structural de fiabilitate generalizat este cel de tipul k din N la care, starea de funcționare a sistemului presupune funcționarea simultană a k componente din cele n existente. Se poate observa că:

- dacă k = N se obține modelul de tip **serie**
- dacă k = 1, se obține modelul de tip **paralel**

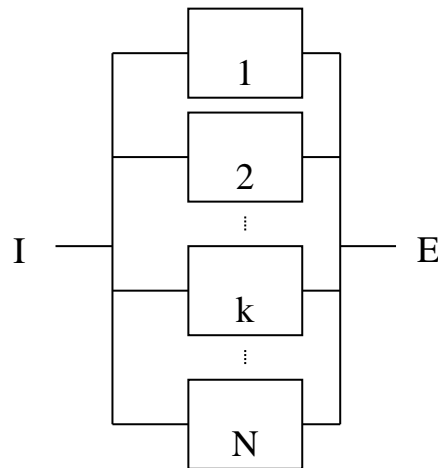


Figura 3. Model structural de fiabilitate de tip k/N

Se poate porni de la următoarea propoziție logică: sistemul se află în stare de succes **dacă** k componente se află în stare de succes **sau** (k+1) componente 2 se află în stare de succes **sau ... sau** N componente se află în stare de succes. Dacă se alege ca variabilă aleatoare K, numărul de componente simultan în stare de succes, sau numărul  $\bar{K}$  de componente în stare de refuz, rezultă:

$$\{S\} = \{[K = k] \cup [K = k + 1] \cup [K = k + 2] \cup \dots \cup [K = N]\}$$

$$\{R\} = \{[\bar{K} = N - k + 1] \cup [\bar{K} = N - k + 2] \cup \dots \cup [\bar{K} = N]\}$$

## SISTEME CU STRUCTURA MIXTĂ

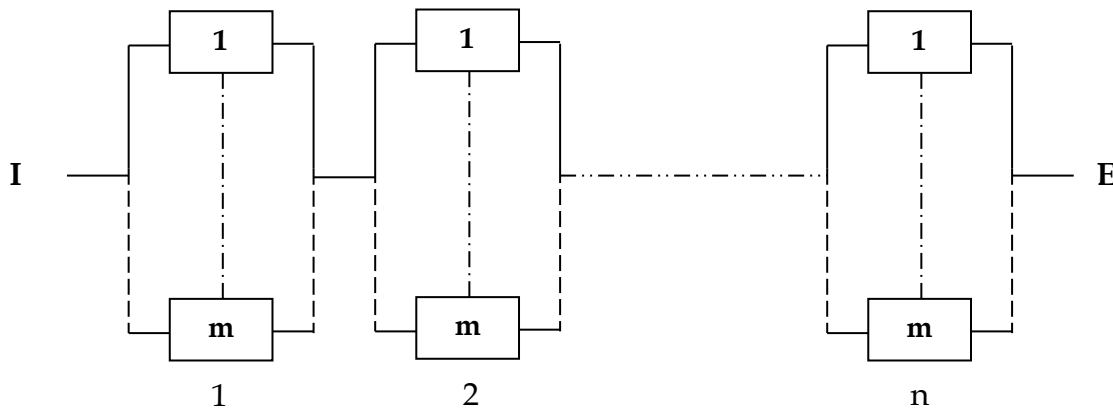
Analiza cantitativă a acestor structuri reducibile la serie/paralel se face din aproape în aproape, utilizându-se relațiile de evaluare a fiabilității pentru structurile elementare SERIE, PARALEL.

### 2.2.4. Sistem cu model logic de fiabilitate tip serie-paralel

Reprezintă o **serie** de submodule, fiecare reprezentând un model structural de fiabilitate de tip **paralel**, logica sa rezultând din această combinație:

$$P_S = \prod_{i=1}^t \left(1 - \prod_{j=1}^{m_i} q_{ij}\right)$$

unde:  $t$  este numărul de submodule în serie iar  $m_i$  numărul de componente în paralel ale submodulului, iar  $q_{ij}$  probabilitățile de nefuncționare ale componentei din submodulul  $i$  cu numărul de ordine  $j$ .



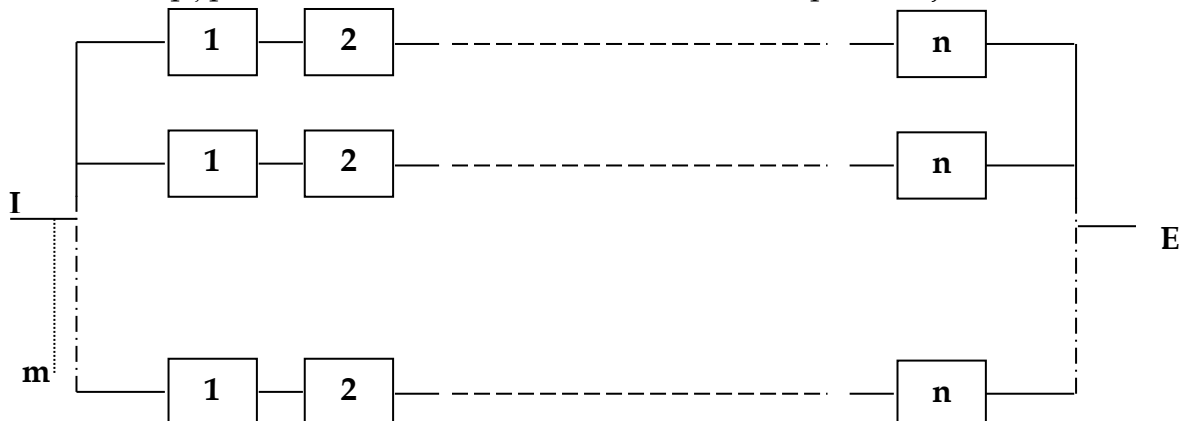
*Figura 4. Model logic de fiabilitate de tip serie-paralel*

### 2.2.5. Sistem cu model logic de fiabilitate tip paralel-serie

Reprezintă un model structural de tip **paralel** în care elementele paralelului sunt modele de fiabilitate de tip **serie**. Deci mai multe submodule de tip serie în paralel.

$$P_S = 1 - \prod_{i=1}^d \left(1 - \prod_{j=1}^{m_d} p_{ij}\right)$$

unde:  $d$  este numărul de submodule ale paralelului,  $m_j$  numărul de componente ale unui submodul, iar  $p_{ij}$  probabilitățile de funcționare ale unei componente  $j$  din submodulul  $i$ .



*Figura 5. Model logic de fiabilitate de tip paralel-serie*

### 2.2.6. Sistem cu model logic de fiabilitate tip serie-serie

Pentru cazul general al unui sistem cu structura fiabilistică redundantă serie-serie SS (r, m) se poate scrie următoarea expresie a **funcției de fiabilitate**:

$$R_{SS(r,m)} = \prod_{j=1}^r \prod_{i=1}^m (1 - F_{G_{ji}}) - \prod_{j=1}^r \prod_{i=1}^m F_{S_{ji}}$$

unde:

$F_{G_{ji}}, F_{S_{ji}}$  reprezintă probabilitățile de defectare (prin întrerupere și scurtcircuit) al elementului i aparținând subsistemului j.

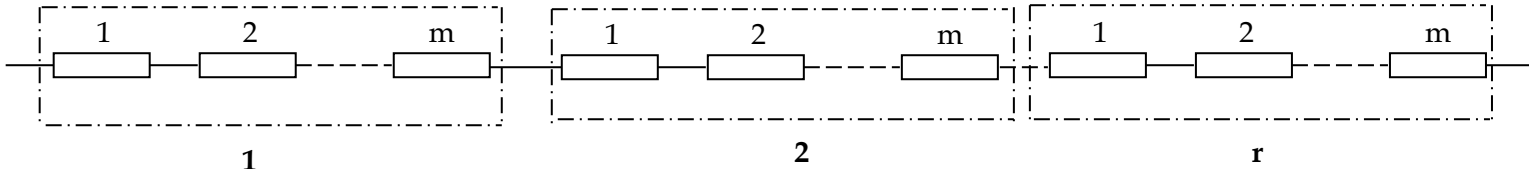
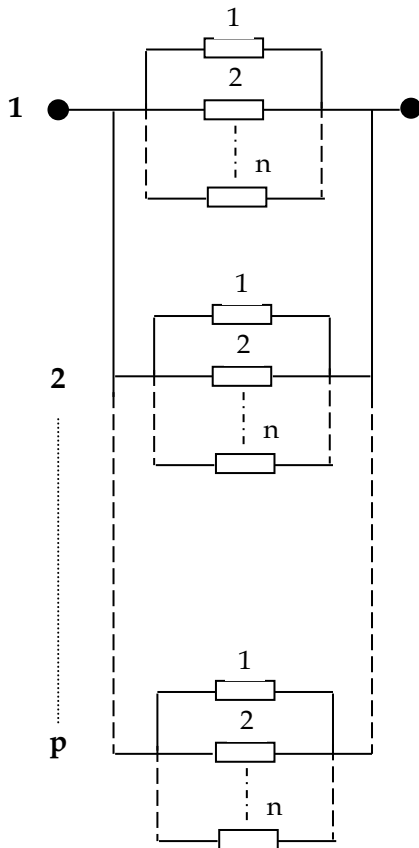


Figura 6. Model logic de fiabilitate de tip serie-serie

### 2.2.7. Sistem cu model logic de fiabilitate tip paralel-paralel



Pentru cazul general al unui sistem cu model logic de fiabilitate de tip paralel-paralel, PP(p, n) rezultă următoarea expresie a **funcției de fiabilitate** a structurii redundante analizate:

$$R_{PP(p,n)} = \prod_{j=1}^p \prod_{i=1}^n (1 - F_{S_{ji}}) - \prod_{j=1}^p \prod_{i=1}^n F_{G_{ji}}$$

unde:

$F_{G_{ji}}, F_{S_{ji}}$  reprezintă probabilitățile de defectare (prin întrerupere și scurtcircuit) al elementului i aparținând subsistemului j.

Figura 7. Model logic de fiabilitate de tip paralel-paralel

### 2.2.8. Sistem cu model structural nedecompozabil la serie-paralel

Analiza fiabilității unor sisteme complexe (de exemplu, rețelele de comunicații între calculatoare) conduce de multe ori la structuri fiabilistice ce nu pot fi reduse în mod direct

la combinații serie-paralel. Aceste structuri ce conțin combinații de tip stea, triunghi, poligon vor fi denumite *structuri nedecompozabile*.

În graful de fiabilitate al unui sistem cu structură nedecompozabilă pot fi evidențiate arce care pot fi parcurse numai într-o singură direcție (*directe*) și altele care pot fi parcurse în ambele direcții (*de interconexiune*).

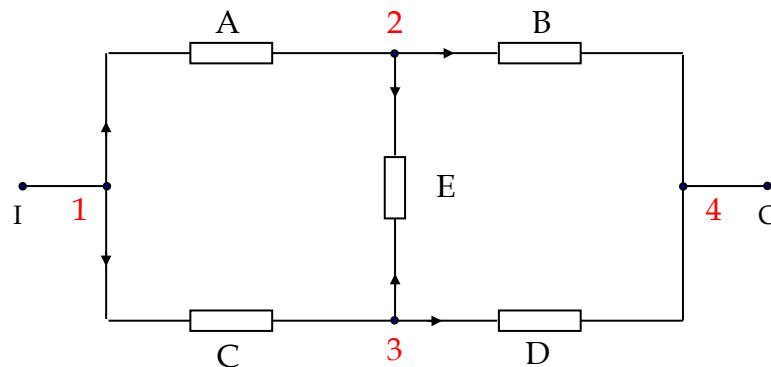


Figura 8. Model structural nedecompozabil la serie-paralel

Pentru sistemul cu structură nedecompozabilă al cărui graf de fiabilitate este reprezentat mai sus rezultă: nodul 1 – nod de intrare; nodul 4 – nod de ieșire; A, B, C, D – căi directe; E – cale de interconexiune. În figură a fost reprezentat și graful de fiabilitate.

**Legătura** (calea) – mulțimea elementelor a căror bună funcționare conduce la buna funcționare a sistemului analizat, indiferent de starea celorlalte elemente ale acestuia. Exemplu: ABED

**Legătura (calea) minimală** este legătura în care nu există o submulțime de elemente a căror funcționare singură să ducă la buna funcționare a sistemului. Exemplu: AB

Evenimentele care semnifică buna funcționare a elementelor sistemului au fost notate A, ..., E, funcțiile de fiabilitate  $R_A, \dots, R_E$ , iar funcțiile de nonfiabilitate corespunzătoare  $F_A, \dots, F_E$ .

Fie  $L_1, L_2, \dots, L_m$  mulțimea legăturilor minimale. Expresia funcției de structură a sistemului este:

$$S = L_1 \cup L_2 \cup \dots \cup L_m$$

Funcția de fiabilitate a sistemului va fi:

$$R(S) = P(L_1 \cup L_2 \cup \dots \cup L_m)$$

#### Bibliografie:

1. <https://www.bmc.com/blogs/system-reliability-availability-calculations/>
2. <https://hpreliability.com/understanding-reliability-block-diagrams/>

### 3. Desfășurarea lucrării

1. Pentru un sistem format din 1000 componente, fiecare având rata defectărilor  $\lambda_i = 10^{-5}$  ore<sup>-1</sup>, reprezentat printr-un model structural de fiabilitate tip serie, calculați valoarea funcției de fiabilitate la momentul  $t=50$  ore. Cât este media timpului de funcționare pentru acest sistem?

R: Se va folosi expresia

$$R_S(t) = \prod_{i=1}^N R_i(t)$$

pentru  $N=1000$  și

$$R_i(t) = e^{-\lambda_i t}$$

2. Se dă un sistem format din două componente cu ratele defectărilor  $\lambda_1 = 3 \cdot 10^{-5}$  ore<sup>-1</sup> și  $\lambda_2 = 5 \cdot 10^{-5}$  ore<sup>-1</sup>. Considerând un model structural de fiabilitate tip paralel pentru acest sistem, calculați valoarea funcției de fiabilitate la momentul  $t=1000$  ore. Comparați media timpului de funcționare pentru acest model paralel cu media timpului de funcționare pentru același sistem care ar avea structura serie.

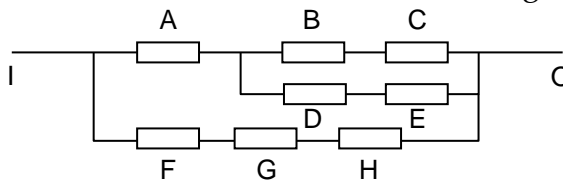
R: Se va folosi expresia:

$$R_S(t) = 1 - F_S(t) = 1 - \prod_{i=1}^N (1 - R_i(t))$$

pentru  $N=2$  și

$$R_i(t) = e^{-\lambda_i t}$$

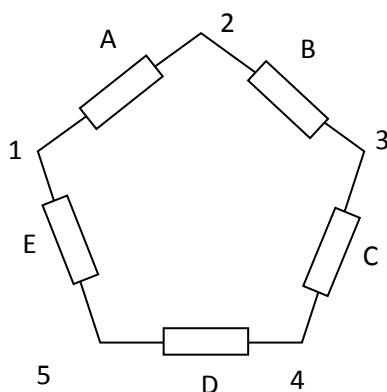
3. Fie sistemul cu modelul structural de fiabilitate mixt din figura de mai jos:



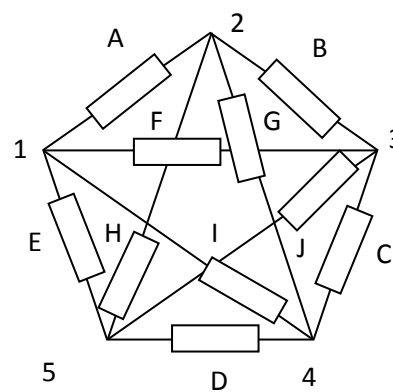
Pentru  $R_A = \dots = R_H = 0,98$ , calculați valoarea funcției de fiabilitate a întregului sistem,  $R_{\text{sis}}$ .

R: Se vor identifica din aproape în aproape modele de tip serie sau paralel și se vor aplica formulele de calcul de la problemele anterioare. Se vor nota modelele identificate și se vor calcula funcțiile de fiabilitate pentru fiecare bloc considerat.

4. Se va analiza fiabilitatea unui sistem cu  $n$  componente (ca în figură).  $R_i = 0,7$  pentru  $i=A \dots E$



(a)



(b)

a - rețea inel; b - rețea mesh, total interconectată



Se consideră 1 - nod de intrare, 5 - nod de ieșire.

- a) enumerați legăturile minimale;
- b) calculați valoarea funcției de fiabilitate a sistemului.

Comparați valorile funcțiilor de repartiție pentru cele două cazuri date.

5. Pentru modelul nedecompozabil din fig. 8:

- a) Folosind metoda lui Bayes, calculați expresia funcției de fiabilitate a sistemului în funcție de fiabilitățile elementelor ( $R_A \dots R_E$ );
- b) Enumerați legăturile minimale și tăieturile minimale ale acestui sistem.

R: Sistemul se va analiza în funcție de starea de funcționare/defectare a elementului critic E.