

LUCRARE DE LABORATOR

CALCULUL INDICATORILOR DE FIABILITATE PRIN METODE PARAMETRICE

I. INTRODUCERE TEORETICĂ

1. Scopul lucrării

Calculul indicatorilor de fiabilitate ai componentelor electronice pe baza rezultatelor experimentale, prin metoda parametrică.

2. Estimarea parametrică a indicatorilor de fiabilitate

Pentru a putea extrapola în timp valorile indicatorilor de fiabilitate este necesar să se identifice legea de distribuție a timpului de buna funcționare. Metodele de estimare care implică această identificare se numesc *metode parametrice*.

Estimarea parametrică a indicatorilor de fiabilitate cuprinde 3 etape:

- a. Identificarea legii de distribuție a timpului de buna funcționare.
- b. Estimarea parametrilor legii de distribuție.
- c. Calculul indicatorilor de fiabilitate.

În continuare etapele estimării vor fi descrise în cazul particular al distribuției Weibull. Algoritmul prezentat se aplică neschimbat pentru orice altă lege de distribuție.

a) Identificarea legii de distribuție se efectuează prin metoda verificării ipotezelor statistice.

Se consideră ipoteza H_0 , care constă în faptul că *distribuția timpului de bună funcționare este de tip Weibull*. Această ipoteză trebuie verificată contra ipotezei alternative H_1 , care constă în faptul că legea de distribuție este de oricare tip în afară de Weibull. Verificarea ipotezei se face cu ajutorul rezultatelor experimentale. În procesul de verificare există 2 posibilități de eroare datorate caracterului statistic al experimentului:

- eroarea de ordinul 1, care reprezintă probabilitatea respingerii ipotezei H_0 în condițiile în care ea este adevărată;
- eroarea de ordinul II, care reprezintă probabilitatea acceptării ipotezei H_0 în condițiile în care ea este falsă.

O modalitate de verificare a ipotezei este testul Kolmogorov - Smirnov. Pentru aplicarea testului este necesar să se reprezinte rezultatele experimentale pe o hârtie probabilistică (rețea probabilistică) adecvată, în cazul de față hârtia probabilistică de tip Weibull.

Unitățile de măsură de pe axele de coordonate ale hârtiei probabilistice sunt astfel alese încât în condițiile în care *legea de distribuție este de tip Weibull*, rezultatele experimentale să se înscrie aproximativ pe o linie dreaptă. Alegerea convenabilă a scării rezultă din scrierea funcției de repartiție Weibull de forma:

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}$$

unde: $t \geq \gamma$ iar $-\infty < \gamma < +\infty$;
 γ = parametrul de poziție.
 $\beta > 0$; β = parametrul de formă.
 $\eta > 0$; η = parametru de scară.

Notăm $\eta^\beta = \alpha$

$$-\ln\left(\ln \frac{1}{1-F}\right) = -\beta \ln t + \ln \alpha \quad (1)$$

Rezultatele experimentale transpuse pe rețeaua probabilistică sunt estimațiile punctuale neparametrice ale funcției de repartiție $F(t)$ pentru diferite momente de timp.

Dacă se cunosc momentele de defectare t_i , $i=1,2,\dots,r$, atunci $\hat{F}(t_i)$ se calculează conform relației:

$$\hat{F}(t_i) = \frac{i}{n+1} \quad (2)$$

Dacă nu se cunosc momentele de măsură t_j , $j=1,2,\dots,k$, atunci $F(t)$ se estimează în conformitate cu relația:

$$\hat{F}(t_j) = \frac{n - n(t_j)}{n} \quad (3)$$

După înscrierea în grafic a punctelor $[t, \hat{F}(t)]$ se trasează dreapta ce aproximează cel mai bine aceste puncte, folosind una dintre metodele specifice, cum ar fi metoda celor mai mici pătrate.

Decizia asupra verificării ipotezei se ia pe baza teoremei Kolmogorov - Smirnov. Dacă ipoteza este adevărată, ecartul maxim e_{\max} între punctele înscrise și dreapta trasată este o variabilă aleatoare având aceeași distribuție, independent de legea care este verificată (fig 1):

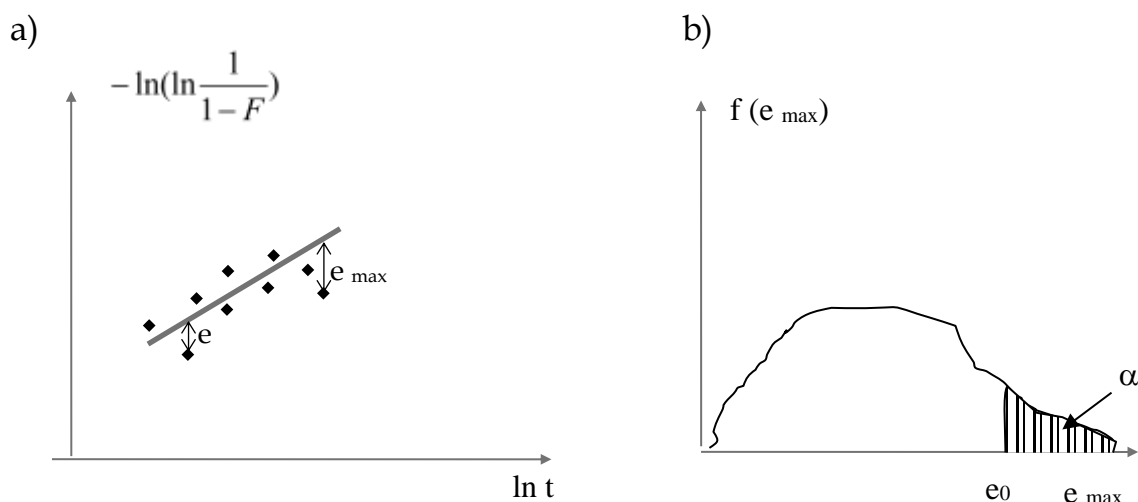


Fig. 1 Testul de concordanță Kolmogorov-Smirnov

Conform teoremei enunțate se poate stabili o valoare limită e_0 astfel încât probabilitatea ca ecartul maxim să depășească această valoare dacă ipoteza H_0 este adevărată să fie egală cu α , riscul de ordinul 1 impus (fig. 1).

Valoarea limită e_0 depinde de numărul de defectări și de riscul de ordinul I (α) și se alege din tabelul 1.

Tabelul nr. 1

Valoarea mărimii e_0

Nr. de defectări	0,20	0,15	0,10	0,05	0,01
2	0,900	0,925	0,950	0,975	0,995
3	0,684	0,726	0,776	0,842	0,929
4	0,565	0,597	0,642	0,708	0,828
5	0,494	0,525	0,564	0,624	0,733
6	0,446	0,474	0,510	0,565	0,669
7	0,410	0,436	0,470	0,521	0,618
8	0,381	0,405	0,438	0,486	0,577
9	0,358	0,381	0,411	0,457	0,543
10	0,339	0,360	0,388	0,432	0,514
11	0,322	0,342	0,368	0,410	0,490
12	0,307	0,326	0,352	0,391	0,468
13	0,295	0,313	0,338	0,375	0,450
14	0,284	0,302	0,325	0,361	0,433
15	0,274	0,292	0,314	0,349	0,418
16	0,266	0,283	0,304	0,338	0,404
17	0,258	0,274	0,295	0,328	0,392
18	0,250	0,265	0,286	0,318	0,381
19	0,244	0,259	0,278	0,309	0,371
20	0,237	0,252	0,272	0,301	0,363
21	0,231	0,246	0,264	0,294	0,356

Nr. de defectări	0,20	0,15	0,10	0,05	0,01
25	0,21	0,22	0,24	0,27	0,32
30	0,19	0,20	0,22	0,25	0,29
35	0,18	0,19	0,21	0,23	0,27
peste 35	1,07	1,14	1,22	1,36	1,63

Metoda de verificare descrisă se aplică pentru orice lege de distribuție folosind hârtia probabilistică adecvată. Dezavantajul metodei constă în faptul că nu precizează riscul de ordinul II (β) de a accepta o ipoteză falsă.

Pentru identificarea unei legi este necesar să se facă mai multe ipoteze, rezultatele experimentale înscriindu-se pe mai multe tipuri de hârtie probabilistică și eliminând ipotezele respinse de test.

Dacă se acceptă mai multe legi de distribuție, atunci decizia finală se ia din alte considerente decât cele statistice.

b) Pentru verificarea completă a legii de distribuție este necesar să se estimeze parametrii acesteia: α , β în cazul distribuției Weibull.

Din ecuația (1) rezultă că parametrii se estimează ca panta, respectiv ordonata la origine ale unei drepte. Se procedează sistematic astfel:

- Prin punctul de coordonate (1,0) se trasează o dreaptă paralelă la dreapta trasată inițial. Dreapta ajutoare intersectează verticala $\ln t=0$ în punctul de coordonată $\hat{\beta}$.

- Dreapta trasată inițial intersectează verticala $\ln t=0$ în punctul $\ln \hat{\alpha}_1$

Dacă scara ($\ln t$) a fost multiplicată cu 10^k atunci parametrul se calculează cu:

$$\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_1 10^k \hat{\beta} \quad (4)$$

c) Legea de distribuție fiind complet specificată, indicatorii de fiabilitate pot fi calculați pentru orice interval de timp ținând seama de relațiile dintre aceștia.

Funcția de fiabilitate este:

$$R(t) = e^{-\frac{t^\beta}{\alpha}} \quad (5)$$

Rata (intensitatea) de defectare are expresia:

$$z(t) = \frac{\beta}{\alpha} t^{\beta-1} \quad (6)$$

Media timpului de funcționare se calculează cu ajutorul relației:

$$m = \int_0^\infty R(t) dt = \frac{\eta}{\beta} \Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right) \quad (7)$$

II. Desfășurarea lucrării

Efectuând o încercare exhaustivă asupra a 24 de fotodiode s-au obținut următoarele momente de defectare exprimate în ore:

Momentul (ore)
115
232
328
368
393
404
421
457
483
511
527
540
560
572
598
605
619
633
660
681
736
791
942
1000

I. Să se identifice legea de distribuție a timpului de funcționare utilizând hârtiile probabilistice: **exponențială**, **Weibull**, **normală**.

II. Să se calculeze parametrii legii.

Să se răspundă la întrebările următoare:

- Care sunt metodele de evaluare a indicatorilor de fiabilitate pe baza datelor experimentale?
- Indicați avantajele și dezavantajele acestor metode.
- Având un set de valori obținute pe intervale de timp de lungime Δt (număr de defecte în acest interval), să se specifice care este metoda care permite calculul indicatorilor de fiabilitate și câți indicatori se pot obține?
- De ce este necesar un test statistic de concordanță? În ce constă un astfel de test?

Bibliografie:

1. <http://weibull.com/>
2. http://reliawiki.org/index.php/The_Weibull_Distribution
3. http://reliawiki.org/index.php/Parameter_Estimation
4. https://en.wikipedia.org/wiki/Weibull_distribution

Indicații:

- Se descarcă aplicația utilizată în laborator:
http://www.euroqual.pub.ro/wp-content/uploads/caf_L3_aplicatie.zip
- și se dezarchivează într-un folder la alegere (ex. C:\CAF\L3)
- Pentru sistemele de operare ulterioare Windows 7 este necesară rularea acestei aplicații în cadrul DosBox - se va descărca și instala această aplicație de la adresa:
<https://sourceforge.net/projects/dosbox/files/dosbox/0.74-3/DOSBox0.74-3-win32-installer.exe/download>

În aplicația DosBox se execută:

mount X: C:\CAF\L3 [Enter]

X: [Enter]

emi [Enter]

- Se alege modul de lucru experimental -> "e"
- Volumul eșantionului: 24
- Se cunoaște numărul de căderi (defectări) la care se oprește încercarea -> "y"
- Numărul de defectări: 24 (toate produsele s-au defectat)
- Se introduc datele experimentale (unul câte unul, toate cele 24 momente de defectare)
- Se folosește testul statistic de concordanță Kolmogorov - Smirnov -> "k"

Se face tabelul:

Risc	Lege exponențială	Lege Weibull	Lege normală
0,01			
0,2			
0,5			
0,995			

Succesiv, pentru fiecare din cele 3 ipoteze statistice (lege de repartiție a timpului de funcționare de tip exponențială, Weibull, normală):

- se alege tipul legii ("e", "w", "n");
- se notează valorile estimate ale parametrilor specifici legii (calculate în aplicație) - λ (pt. lege exponențială), α , β (pt. lege Weibull), μ , σ (pt. lege normală);
- se alege α - riscul de ordinul I (probabilitatea de respingere a unei ipoteze adevărate) 0,01 (în aplicație se apasă "0" [Enter]);

- se vizualizează graficul trasat de aplicație și se observă dacă linia cu galben (funcția de repartiție estimată) se încadrează între limitele trasate cu verde, corespunzătoare nivelului de risc ales;
- se apasă [Enter] și se notează în tabelul de mai sus dacă ipoteza poate fi acceptată sau nu pentru riscul 0,01;
- în aplicație se va alege modificarea probabilității -> "y"
- se alege succesiv riscul conform valorilor din tabelul de mai sus și se repetă pașii anteriori pentru riscurile 0,2; 0,5; 0,995 în cazul celor 3 legi de repartiție.